

Diseño de Experimentos

Principios del Diseño Experimental

- “*El pensamiento estadístico será algún día tan necesario para un ciudadano común como la habilidad de leer y escribir.*”

H. G. Wells

Evaluación

- 2 exámenes 50
- Tareas 40
- Exámenes rápidos 10

- “La **estadística moderna** encargada de descubrir patrones y estructuras en la naturaleza, de desenterrar relaciones que desafían la percepción normal y de proveernos con herramientas poderosas para mejorar el entendimiento del mundo que nos rodea, debería de ser considerada por el público en general como **la más excitante de las disciplinas**”

David J. Hand. "Breaking misconceptions-- statistics and its relationship to mathematics" The Statistician, 1998: 47, pert2, pp. 245-250

Temario

1.-Introducción

1.1 Bases filosóficas y metodológicas de la investigación en general

1.2 Factores de Confusión y su control (validez interna)

1.3 Validez Externa

2.-Pasos en la planeación de experimentos.

3.-Diseños Completamente al azar(Modelo de efectos fijos) eco

3.1 Anova

3.2 Pruebas de medias

3.3 Verificación de supuestos

4.-Alternativas cuando los supuestos fallan

 4.1 Métodos no paramétricos

 4.2 Transformaciones

 4.3 Modelo lineal generalizado

5.-Diseños Factoriales

6.- Diseños con bloques

 6.1 Diseño bloques al azar

 6.2 Diseño Cuadro Latino

7.-Modelos mixtos y de efectos aleatorios

8.-Análisis de covarianza

9.-Diseños Factoriales especiales : Parcelas divididas y subdivididas en parcelas divididas y sus variantes.

10.-Experimentos con mediciones repetidas

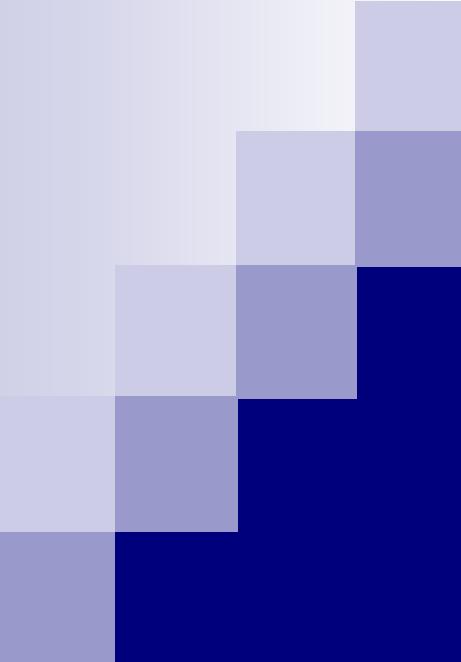
11.- Diseños para superficie de respuestas

Bibliografía Básica

- Montgomery, D.C. “Diseño y análisis de experimentos” Limusa Wiley, 2^a edición, 2004.
- Montgomery, D.C.: Design and analysis of experiments. John Wiley and Sons, 10th. ed., 2019.
- Lawson J. Design and Analysis of Experiments with R. Chapman & Hall. 2017.
- Steel, R.G.D. y Torrie, J.H. 1988. Bioestadística: principios y procedimientos. Mc Graw Hill, 2da. Ed.
- Cochran, W.G. y Cox, G.M. 1992. Experimental Designs. J. Wiley & Sons. 2nd.
- Hicks, C.R.yTurner, K.V.: Fundamental Concepts in the Design of Experiments. Oxford University Press, 1999, 5th ed.

Bibliografía Básica

- Milliken G and D. Johnson. *Analysis of Messy Data*. Van Nostrand Reinhold. Tomos I y II, 1984, tomo III del 2003.
- Anderson, V.L, and R A McLean. "Design of Experiments. A realistic approach". Marcel Dekker Inc. 1994
- Peña, D.: Regresión y diseño de experimentos. Alianza, 2002.
- Cox.D.R. and N. Reid. " *The Theory of the Design of Experiments*". Chapman and Hall/CRC. 2000.
- Kuelh, R.O. 2001. Diseño de Experimentos. Principios estadísticos de diseño y análisis de investigación. Segunda edición. Thomson Learning. México, D. F.
- Box. G. E. P, W.G. Hunter and J.S. Hunter. " *Estadística para Investigadores. Introducción al diseño de experimentos, análisis de datos y construcción de modelos*" . Editorial Reverté. 2005



Unidad 1

Introducción

Definición

- Experimento es el proceso por el cual se manipula de manera intencional una o más variables independientes, definidas como causas, para el posterior análisis de las consecuencias que tienen sobre otras variables identificadas como efectos.
- La experimentación puede verse como un procedimiento secuencial para acercarse al conocimiento y manejo de aquellas causas que provocan un cambio en la variable de interés (variable respuesta).

Ejemplo 1:

- **Objetivo:**
- Aumentar el rendimiento.
- **Experimento:**
- A un agricultor le ofrecen cuatro tipos de fertilizante para sus cultivos de papa. Para compararlos utiliza cada uno de ellos en diez parcelas de su terreno y anota los kilos recolectados al final de la temporada. Los datos son

	Producción			
	Fertilizante 1	Fertilizante 2	Fertilizante 3	Fertilizante 4
1	47	51	37	42
2	42	56	39	43
3	43	54	41	42
4	46	49	38	45
5	44	53	39	47
6	42	51	37	50
7	45	50	42	48
8	43	49	36	45
9	44	50	40	44
10	44	53	40	45

Ejemplo 2

- **Objetivo:**
- Determinar cual de cinco tratamientos a la gasolina produce en promedio mayor octanaje.
- **Experimento:**
- Se seleccionaron cuatro barriles de gasolina y cada barril se dividió en cinco partes, a cada una de las partes, en forma aleatoria se le aplico cada uno de los distintos tratamientos

Cuadro 1.2. Octanaje obtenido en cada una de las unidades experimentales

Tratamiento	Barril1	Barril2	Barril3	Barril4
A	91.7	91.2	90.9	90.6
B	91.7	91.9	90.9	90.9
C	92.4	91.2	91.6	91.0
D	91.8	92.2	92.0	91.4
E	93.1	92.9	92.4	92.4

Ejemplo 3

- **Objetivo:**
 - Un investigador desea determinar la densidad de siembra óptima para una nueva variedad de trigo, con alto contenido de extracto de semolina, importante para la elaboración de pastas.
 - Se usaron cinco densidades de siembra (30, 80, 130, 180 y 230 lb/acre) para el diseño del tratamiento

Cuadro 1.3. Resultados del experimento sobre la densidad de siembra en trigo.

Surcos en el campo	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5	Gradiente Riego
1	59.45(E)	47.28(A)	54.44(C)	50.14(B)	59.45(D)	
2	55.16(C)	60.89(D)	56.59(B)	60.17(E)	48.71(A)	
3	44.41(B)	53.72(C)	55.87(D)	47.99(A)	59.45(E)	
4	42.26(A)	50.14(B)	55.87(E)	58.74(D)	55.87(C)	
5	60.89(D)	59.45(D)	49.43(A)	59.45(C)	57.31(B)	

Ejemplo 4

- Se realiza un experimento con 18 unidades experimentales para probar el efecto de **tres acelerantes** (a, b y c) y **tres tiempos de curado** (40, 60 y 80) en la resistencia de caucho vulcanizado; aleatoriamente se aplicaron dos repeticiones a cada una de las nueve combinaciones resultantes

Cuadro 1.4. Resultado del experimento sobre la resistencia de caucho galvanizado.

Tiempo de curado	Acelerante		
	a	b	c
40	3900	3600	4300
60	4100	3500	4200
80	4000	3800	4300
			3700
			3900
			3600
			3800

Conceptos generales

■ FACTORES Y NIVELES

- **Ejemplo 1:**
- **Situación bajo estudio:** Un agricultor esta interesado en comparar cuatro tipos de fertilizante para su cultivo de papa.
- **Factor:** Tipo de fertilizante
- **Niveles:** Los cuatro tipos de fertilizante: 1, 2, 3, y 4.

- **Ejemplo 2:**
- **Situación bajo estudio:** Determinar cual de cinco tratamientos a la gasolina produce en promedio mayor octanaje.
- **Factor:** Tratamiento a la gasolina
- **Factor no controlable:** la variabilidad encontrada entre barriles de gasolina
- **Niveles:** Tratamiento a la gasolina A, B, C; D y E.

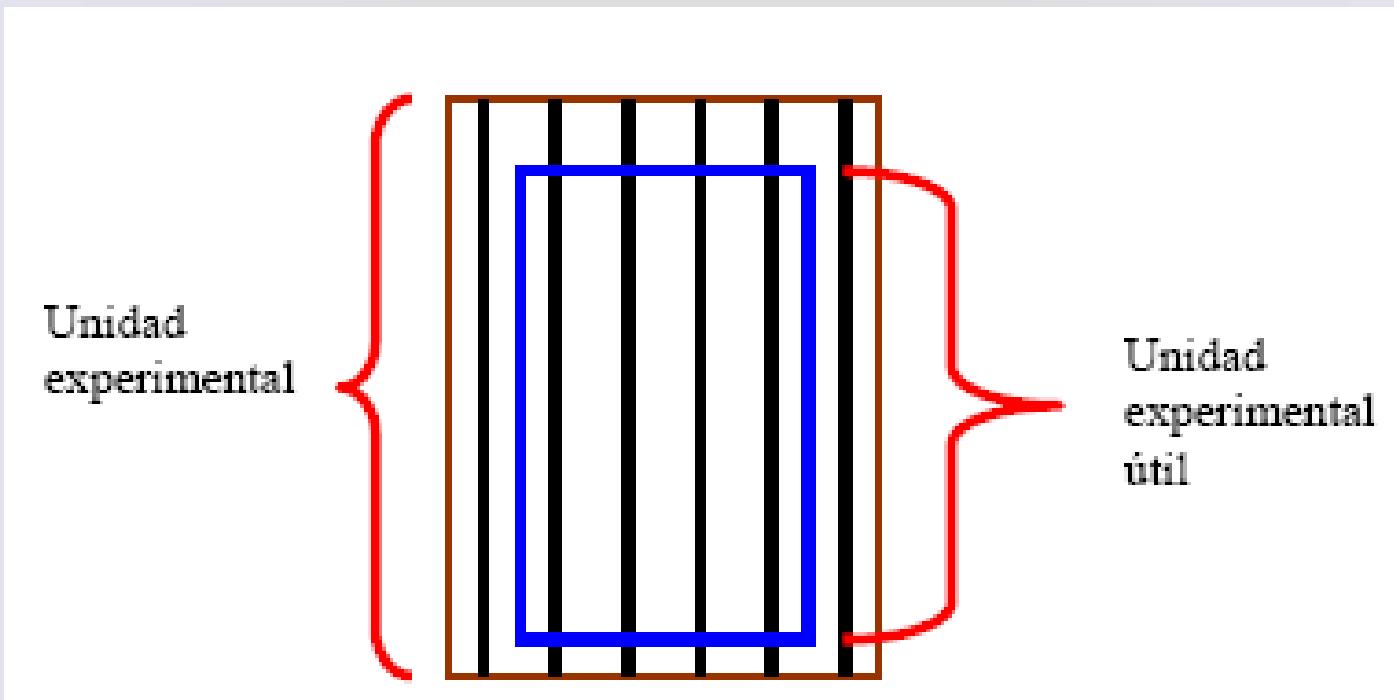
TRATAMIENTO

- Nivel o combinación de niveles que serán sujetos a experimentación.
- **Ejemplo 1:**
 - Factor: Recubrimiento del tubo de televisión
 - Niveles: Tipo de recubrimiento: 1, 2, 3, y 4.
 - Tratamientos: Tipo de recubrimiento: 1, 2, 3, y 4
- **Ejemplo 2:**
 - Factores: Acelerante y tiempos de curado
 - Tratamientos: las combinaciones resultantes de combinar los niveles del factor acelerante: a, b, c; y los niveles del factor tiempos de curado: 40, 60 y 80

■ **Unidad experimental**

- Es la unidad a la cual se le aplica un tratamiento, esto es la unidad más pequeña de medición de donde se obtendrá una respuesta independiente.
- **Ejemplo 1:**
- Caso de una fabrica de televisiones que esta interesada en el efecto de cuatro diferentes recubrimientos en la conductividad del tubo de televisión.
- Unidad experimental: una televisión

Unidad experimental útil



Variable respuesta

- Es la variable de interés, esto es, la variable en la cual se evaluarán los efectos de los tratamientos

Ejemplo 1:

Caso de una fabrica de televisiones que esta interesada en el efecto de cuatro diferentes recubrimientos en la conductividad del tubo de televisión.

Variable respuesta: la conductividad del tubo de televisión

- **Diseño experimental.**
- El diseño experimental está determinado por la forma en que los tratamientos serán asignados a las unidades experimentales.
 - Diseño completamente al azar.**
 - Diseño en bloques completos al azar.**
 - Diseño en cuadro latino.**
 - Etc.**

Validez interna

■ Validez interna

- Factor de confusión.
- Factor de variación que no esta bajo estudio, pero influye en la variable respuesta y esta presente en forma diferencial en las unidades experimentales bajo estudio.

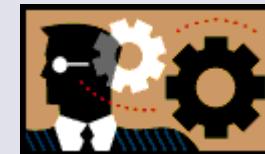
Factor de confusión.



1



2



Homogenización.

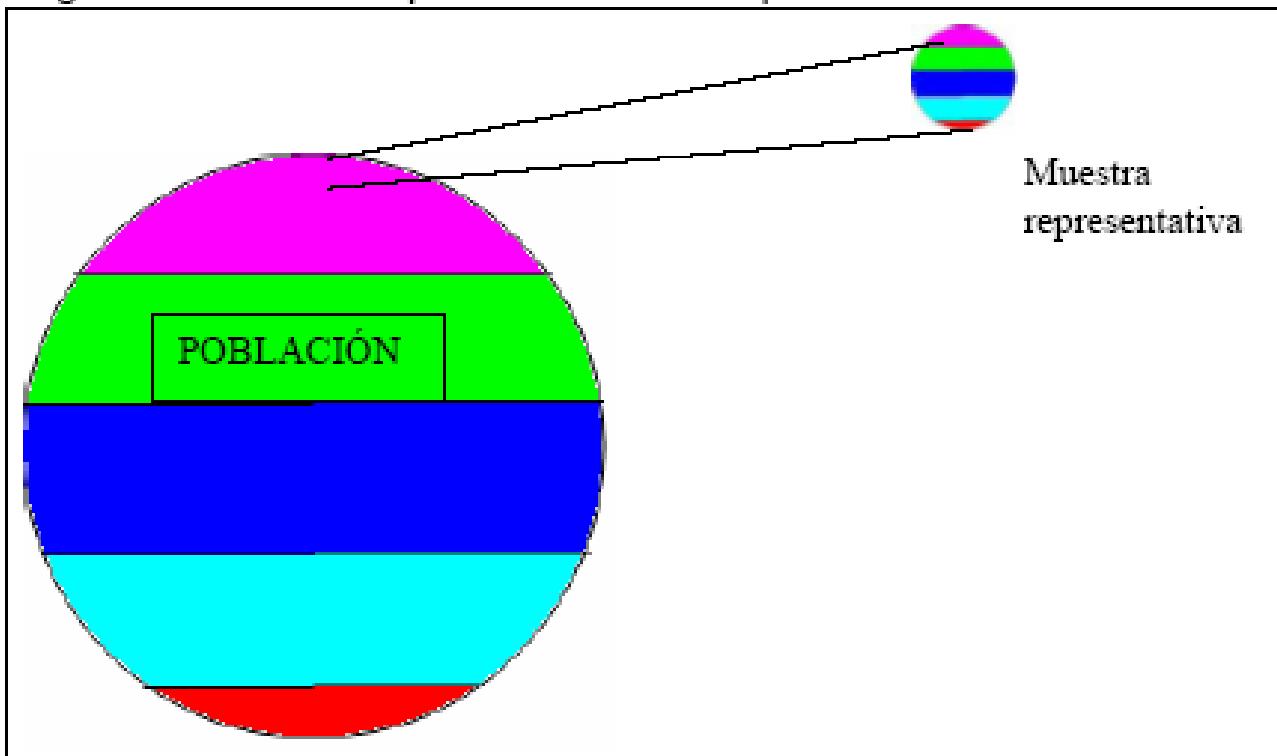
Bloqueo.

Aleatorización y repeticiones.

Análisis Estadístico.

Validez externa

Figura 1.2. Muestra representativa de una población



Unidad 2

Pasos en la planeación de
experimentos

UNIDAD 2:

PASOS EN LA PLANEACIÓN DE EXPERIMENTOS

PASO	
1	Establecer Objetivos
2	Establecer Tratamientos
3	Definir Unidad Experimental
4	Seleccionar Mediciones
5	Elegir Diseño Experimental
6	Determinar Número de Repeticiones
7	Proyecto de resultados y de análisis

P1: Objetivos

Los objetivos deben señalar con claridad cuales son los propósitos del experimento.

Los objetivos se definen al plantearse las preguntas de investigación

Debe también establecerse una hipótesis que de respuesta tentativa a las preguntas planteadas

	OBJETIVOS	DESCRIPCION
FILTRADO	Identificar Factores Importantes	Muchos factores. Conocimiento impreciso
OPTIMIZACION	Modelo Predictivo	Pocos factores, región del óptimo. Mas conocimiento
VERIFICACION EXPLICACION	Modelo Explicativo	Mejores condiciones Conocimiento intermedio

P2: Tratamientos

Se especifica que factores y en qué niveles (variantes) se van a estudiar. Los “tratamientos” se constituyen con las combinaciones de los diferentes niveles de los factores. Se le llama “**Diseño de Tratamientos**”

Hay dos tipos de factores:

Factores Fijos, cuando los niveles en el experimento son todos los que interesa.

Factores Aleatorios cuando los niveles del factor en el experimento son una muestra de una población teórica de niveles

P2: Tratamientos

Por la forma en que están construidos los tratamientos

Factores Cruzados.- Los niveles de un factor A conservan su significado cuando están en presencia de los diversos niveles del otro B.

- Factoriales Completos** si se estudian todas las combinaciones de los niveles de los factores
- Incompletos o Fraccionales** si se estudian sólo algunas de las combinaciones de los factores

Factores Anidados.- Los niveles de un factor B cambian de significado cuando cambian los niveles del factor A. Se dice que B está anidado o es jerárquico dentro de A

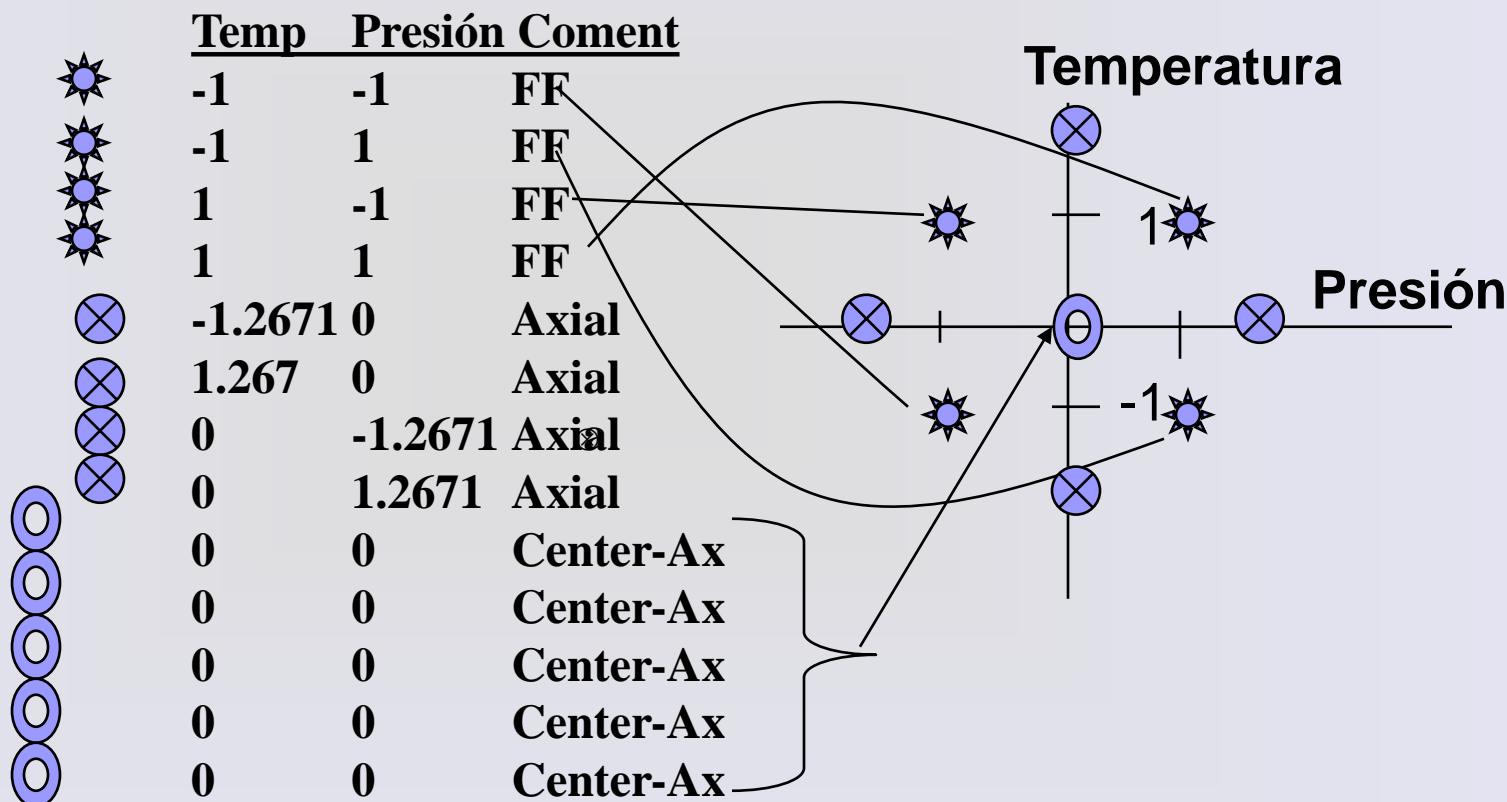
P2: Tratamientos

Factorial 3x2x2. Completo.- Tres temperaturas de fundición de un abrasivo industrial, T1, T2, y T3 con dos tipos de materia prima P1 y P2 ; y con 2 recubrimientos R1 y R2.

<u>Tratamiento</u>	<u>Temperatura</u>	<u>Materia Prima</u>	<u>Recubrimiento</u>
1	T1	P1	R1
2	T1	P1	R2
3	T1	P2	R1
4	T1	P2	R2
5	T2	P1	R1
6	T2	P1	R2
7	T2	P2	R1
8	T2	P2	R2
9	T3	P1	R1
10	T3	P1	R2
11	T3	P2	R1
12	T3	P2	R2

P2: Tratamientos

Factoriales Incompletos.- Diseño Central Compuesto de Box



P2: Tratamientos

Factorial Fraccional, en bloques. Dos niveles de cada uno de 4 factores. Todos los tratamientos serían $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. Sin embargo sólo se experimenta con 8 en dos grupos (bloques) de 4 cada uno.

Bloque	Patrón	Droga	Dosis	Tiempo	Ayuno
2	----	-1	-1	-1	-1
1	--++	-1	-1	1	1
1	-+-+	-1	1	-1	1
2	-++-	-1	1	1	-1
2	+---	1	-1	-1	1
1	+--+	1	-1	1	-1
1	+-+-	1	1	-1	-1
2	++++	1	1	1	1

En este caso no solo no se pueden estudiar las interacciones, sino que están ligadas o “en alias” con algunos efectos principales.

P3: La Unidad Experimental

La Unidad Experimental (ue) es la subdivisión menor del material experimental que recibe en forma independiente un tratamiento diferente.

Las ue son los elementos que constituyen las poblaciones.

- Un animal, un árbol o una persona
- Una cámara de crecimiento o una maceta.
- Un lote de terreno,
- Un periodo de estudio dentro de una animal, etc.

Aspectos prácticos para determinar las ue.

Factibilidad y Economía.- Que se pueda imponerles los tratamientos y sea factible producirlas con los recursos y condiciones disponibles.

Representatividad.- Que el proceso estudiado transcurra como si no estuviera en el experimento, es decir que cada unidad funcione como sería el caso si el tratamiento se aplicara en forma rutinaria o comercial.

P3: La Unidad Experimental

Los aspectos estadísticos que determinan las ue, son la independencia de unas ue con otras y que produzcan errores estándar de promedios de tratamientos pequeños

El propósito de un experimento no es tener errores experimentales pequeños, es tener errores estándar pequeños

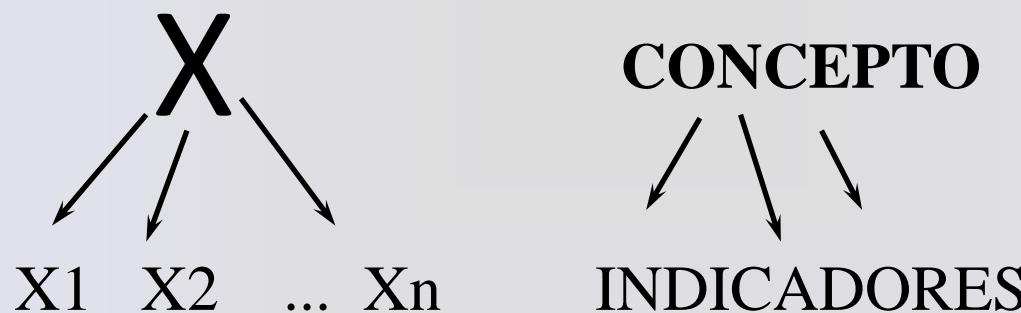
En el error estándar de un promedio de tratamiento interviene el tamaño de la ue, el control de factores de confusión (de que población se trata) y el número de repeticiones

Recomendación: disminuir la ue, que sea representativa y aumentar n.

P4: Observaciones

Medir es tipificar o caracterizar una propiedad en un elemento de estudio.

Previamente se debe conceptuar la o las propiedades que se quieren medir y obtener indicadores de esas propiedades mediante una operacionalización



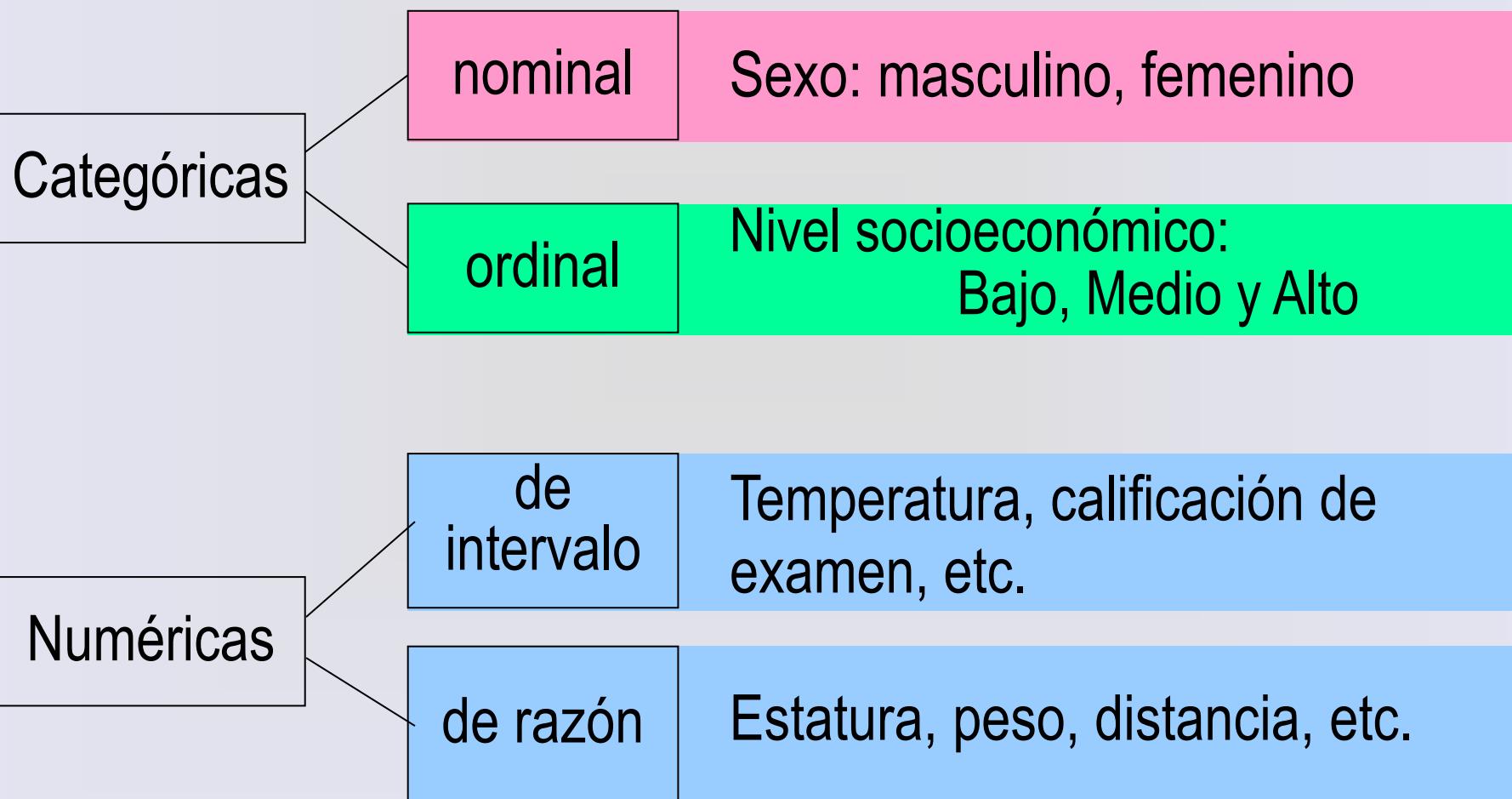
VALIDEZ O EXACTITUD Es el hecho del que le indicador refleje la riqueza del concepto, que lo represente sin error

CONFIABILIDAD O PRECISION es que en diferentes circunstancias y por diversos operadores, las mediciones de un mismo elemento no cambien o lo hagan poco.

Variables

Escala de medición

Ejemplos



P5: Diseño Experimental

El diseño experimental es la forma de asignar los tratamientos a las ue.

El diseño experimental determina los modelos que se pueden plantear en el análisis estadístico

Bloques

Un bloque es un conjunto de ue que tienen en común uno o mas posibles factores de confusión y dentro de él estan por lo menos dos tratamientos

P5: Diseño Experimental

Si todos los tratamientos ocurren dentro de cada bloque , se llaman **Bloques Completos**. Si algunos tratamientos no están en algunos bloques, se llaman **Bloques Incompletos**.

Si todos los tratamientos en cada bloque se repiten el mismo numero de veces se llaman **Bloques Balanceados**.

Un diseño muy común es el llamado “**Bloques Completos al Azar**”, debería decirse “ **Bloques Completos con una repetición de cada tratamiento en cada bloque**”

Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
A	C	B	A
B	A	C	C
C	B	A	B

P5: Diseño Experimental

Si se tiene más de una repetición de los tratamientos en cada bloque se llaman **Bloques Completos Generalizados**, el más usado es el caso **Balanceado**

A	B	B	A
B	C	B	B
A	A	C	C
C	B	A	B
C	A	C	A
B	C	A	C

Bloques al Azar generalizado con 2 repeticiones.

P5: Diseño Experimental

Existen los bloques con balance pero incompletos, es decir no todos los tratamientos están en un bloque pero están el mismo número de veces. El balance es completo si todas las parejas de tratamientos ocurren el mismo número de veces en cada bloque. Pero puede haber **balance parcial**, sólo algunas parejas ocurren el mismo número y otras parejas otro número de veces distintas en cada bloque.

B	A	D	C
A	D	C	D
C	B	A	B

Diseño de Bloques incompletos balanceados, 4 tratamientos en 4 bloques, con 3 ue en cada bloque

P6: Número de repeticiones

- La potencia depende de:
 - Número de repeticiones
 - Varianza
 - Nivel de significancia
 - Tamaño del efecto

P6: Número de repeticiones

Realidad

Ho cierto Ho falso

Ho cierta
Ho falsa

	1 - α	β
	α	1 - β

$$\alpha = P(\text{error tipo I})$$

$$\beta = P(\text{error tipo II})$$

$$\text{Potencia} = 1 - \beta$$

$$\phi = \left[\frac{\sum_i n_i \tau_i^2}{a * \sigma^2} \right]^{1/2}$$

$$= \Pr \{ F^* > F_{(1-\alpha, a-1, n_T-a)} \mid \phi \neq 0 \}$$

Con ϕ^2 , el parámetro de no centralidad

$$\phi^2 = \frac{n\delta^2}{\sigma^2}$$

P7: Resultados y Análisis

- Se debe tener proyectado claramente los resultados que se tendrán y como se analizaran.